

**Analisi Matematica I** – CdL Fisica e Astrofisica  
Seconda prova scritta parziale - 20 Dicembre 2013

**Esercizio 1.** Determinare, se esiste,  $\alpha \in \mathbb{R}$  tale che

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh(x^2) - (\sinh(x))^2 + \alpha(\cosh(x^2) - 1)}{(\sin(x))^6}$$

esiste finito.

**Esercizio 2.** Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = |x| \cdot \left| \log|x| - 1 \right|.$$

Al variare del parametro reale  $c$ , dire quante soluzioni ha l'equazione  $f(x) = c$ .

**Esercizio 3.** Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_0^3 \operatorname{arctg} \sqrt{x} \, dx$$
$$\int_{-1}^1 \arccos x \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{|x|} \, dx$$

**Esercizio 4.** Posto

$$f(x) = \int_x^1 \frac{1}{\sin t} \, dt$$

dimostrare che esiste  $\bar{x} \in (0, \pi)$  tale che  $f(\bar{x}) = 2013$ .

Dimostrare che la funzione  $f$  è convessa in  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right]$ .