

Analisi Matematica I – CdL Fisica e Astrofisica
Sesto appello - 15 Settembre 2014

Esercizio 1. Dimostrare che

$$\{n \in \mathbb{N}: 2^n \leq n^2\} = \{2, 3, 4\}.$$

Esercizio 2. Si consideri la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = x^5 + x + 1.$$

Dimostrare che f è iniettiva e surgettiva. Sia $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione inversa di f . Calcolare

$$\int_1^3 g(y) dy.$$

Esercizio 3. Al variare del parametro reale α determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^{n^\alpha}$$

Esercizio 4. Al variare del parametro reale α calcolare, se esiste, il seguente limite,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt[3]{8 + \sin(x)} - 2}{\log(1 + x^\alpha)}$$