

### 3 Probabilità elementare

**Esercizio 3.1.** Abbiamo due urne. La prima contiene 6 palline bianche e 4 palline rosse. La seconda contiene 4 palline bianche e 6 palline rosse. Si estrae una pallina a caso da ciascuna urna. Calcolare la probabilità che le due palline siano dello stesso colore. [0.48]

**Esercizio 3.2.** Una moneta, forse truccata (esce testa con probabilità  $p$ ) viene lanciata 100 volte. Determinare le probabilità dei seguenti eventi:

1. al decimo lancio esce testa,
2. al decimo lancio esce testa e al primo lancio esce croce,
3. escono esattamente 8 teste,
4. escono almeno 8 teste,
5. esce croce a tutti i tiri pari,
6. esce croce in almeno un tiro pari,
7. la prima croce esce al  $k$ -esimo lancio.

$$\left[ p, p(1-p), \binom{100}{8} p^8 (1-p)^{92}, \sum_{i=8}^{100} \binom{100}{i} p^i (1-p)^{100-i}, (1-p)^{50}, 1-p^{50}, p^{k-1}(1-p) \right]$$

**Esercizio 3.3.** Un'urna contiene una palla bianca, una palla rossa e una palla nera. Si compiono  $n$  estrazioni di una palla alla volta, reinserendo, dopo ciascuna estrazione, la palla nell'urna. Calcolare la probabilità dei seguenti eventi

1. estraggo sempre la palla bianca,
2. estraggo sempre la stessa palla,
3. non estraggo mai la palla rossa,
4. estraggo ciascuna palla almeno una volta.

$$\left[ \left(\frac{1}{3}\right)^n, \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}, \left(\frac{2}{3}\right)^n, \frac{2^n-1}{3^{n-1}} \right]$$

**Esercizio 3.4.** Un'urna contiene una palla bianca, 2 palle rosse e 3 palle nere. Si compiono  $n$  estrazioni di una palla alla volta, reinserendo, dopo ciascuna estrazione, la palla nell'urna. Calcolare la probabilità dei seguenti eventi

1. estraggo sempre palle nere,
2. estraggo sempre palle dello stesso colore,
3. non estraggo mai la palla bianca,
4. estraggo palle di tutti e tre i colori.

$$\left[ \frac{3^n+2^n+1}{6^n}, \left(\frac{1}{2}\right)^n, \left(\frac{5}{6}\right)^n, \frac{5^n+4^n-2^n-1}{6^n} \right]$$

**Esercizio 3.5.** Siano  $A, B, C$  una terna di eventi indipendenti in uno spazio di probabilità  $(\Omega, \mathcal{E}, \mathbb{P})$ . Dimostrare che  $A$  e  $B \cup C$  sono indipendenti.

**Esercizio 3.6.** Antonio gioca nella squadra di calcio A.S. Piedi Torti. Antonio stima che ci sia una probabilità del 30% di essere ceduto alla A.C. Ginocchia Rotte e che in tal caso la sua probabilità di essere titolare è del 90%.

Calcolare la probabilità che Antonio sia titolare nella A.C. Ginocchia Rotte. [0.27]

**Esercizio 3.7.** Un telefono guasto squilla in un momento a caso nell'arco di 10 ore. Calcolare la probabilità che squilli in un momento compreso tra la quarta e la settima ora. Sapendo che non squillerà nelle prossime cinque ore, calcolare la probabilità che squilli in un momento compreso tra la quarta e la settima ora.

[0.4]

**Esercizio 3.8.** Un'urna contiene 5 palline bianche, 8 palline rosse e 7 palline nere. Si estraggono due palline (senza reimbussolamento). Calcolare la probabilità che le due palline siano dello stesso colore.

$[\frac{45}{190}]$

**Esercizio 3.9.** Si hanno sei urne che indichiamo con  $U_j$ ,  $j = 1, \dots, 6$ . Ogni urna  $U_j$  contiene  $j$  palline rosse e  $6 - j$  palline nere. Si seleziona un'urna. La probabilità di selezionare l'urna  $U_j$ ,  $j = 1, \dots, 6$  è proporzionale a  $j$ . Si estrae una pallina a caso dall'urna selezionata. Calcolare la probabilità che la pallina estratta sia rossa.

$[\frac{13}{18}]$

**Esercizio 3.10.** Si lancia un dado non truccato. Si lanciano tante monete (non truccate) quanto è il punteggio ottenuto col dado. Calcolare la probabilità di ottenere tre teste.

$[\frac{1}{6}]$