

Metodi Matematici e Probabilistici - B046 –2012-2013

Quarto Appello – 11 Giugno 2013

n. 1

Domanda 1) (max 6 punti) Si lanciano due dadi equilibrati. Se sui due dadi esce la stessa cifra, si lanciano quattro monete (equilibrate), altrimenti si lanciano solo due monete (equilibrate).
Calcolare

1. la probabilità di ottenere esattamente due teste;
2. la probabilità di ottenere almeno due teste.

$$\frac{13}{48},$$

$$\frac{31}{96}$$

Svolgimento

Domanda 2) (max 12 punti) La v.a. Y segue la distribuzione di Bernoulli di parametro $p_2 \in [0, 1]$; la v.a. X ha valori in $\{0, 1\}$ ed è tale che

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(X = 0|Y = 1) &= 1 - p_1, & \mathbb{P}(X = 1|Y = 1) &= p_1, \\ \mathbb{P}(X = 0|Y = 0) &= p_1, & \mathbb{P}(X = 1|Y = 0) &= 1 - p_1,\end{aligned}$$

con $p_1 \in [0, 1]$. Determinare

- la densità della v.a. X
- la densità della v.a. $Z = XY$
- la media e la varianza della v.a. Z .

$$X \sim \text{Ber}(1 - p_1 - p_2 + 2p_1p_2), \quad Z \sim \text{Ber}(p_1p_2), \quad \mathbb{E}[Z] = p_1p_2, \quad \text{Var}[Z] = p_1p_2(1 - p_1p_2)$$

Svolgimento

Domanda 3) (max 12 punti) Le v.a. X e Y sono congiuntamente continue con densità

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3(x+y)}{2} & x^2 + y^2 \leq 1, x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Calcolare funzione di ripartizione, mediana, media e varianza della v.a. $Z = X^2 + Y^2$.

$$F_Z(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t^{\frac{3}{2}} & 0 \leq t < 1, \\ 1 & t \geq 1 \end{cases}, \quad \text{mediana} = \frac{\sqrt{2}}{4}, \quad \mathbb{E}[Z] = \frac{3}{5}, \quad \text{Var}[Z] = \frac{12}{175}$$

Svolgimento