

Terzo compitino di Analisi I – Compito B

Corso di Laurea in Ingegneria dell'ambiente e del territorio, A.A. 1998–1999

Prof. Vespri

15 gennaio 1999

1. Calcolare i seguenti integrali indefiniti

$$\begin{aligned} (A) \quad & \int \frac{dx}{x^4 + 4}, & (B) \quad & \int \frac{\cos^3 x - \sin^2 x + 1 + \cos x}{\cos^2 x + 1} dx, \\ (C) \quad & \int \frac{4x - 3}{\sqrt{x^2 + 9}} dx, & (D) \quad & \int \frac{x + 4}{x^2 - 6x + 8} dx. \end{aligned}$$

2. Studiare la convergenza dei seguenti integrali generalizzati

$$(A) \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\log x (1 - \cos x)}{x^2} dx, \quad (B) \int_3^{+\infty} \left[\frac{1}{(x-2)^4} - \frac{1}{(x-2)^3} \right] dx$$

3. Calcolare i coefficienti di Fourier della seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} x + \pi, & \text{per } -\pi < x < -\frac{\pi}{2}, \\ \frac{\pi}{2}, & \text{per } |x| \leq \frac{\pi}{2}, \\ -x + \pi, & \text{per } \frac{\pi}{2} < x < \pi, \end{cases}$$

4. Disegnare sul piano Oxy il dominio della seguente funzione di due variabili

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{xy - 1}}{\log(y - x)}.$$

5. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti. Se non esistono, si giustifichi la risposta.

$$(A) \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^4}{x^2 + y^2}, \quad (B) \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{|x|^3 + y^2}$$

6. Individuare i punti di massimo e minimo relativi in \mathbb{R}^2

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - x - 2y.$$

7. Calcolare l'integrale generale delle seguenti eq. differenziali ordinarie

$$(A) \quad u'' + 4u = \cos(2x), \quad (B) \quad u' = \frac{u}{x} + \tan\left(\frac{u}{x}\right), \quad (C) \quad u' + 2xu = xu^2.$$