

Prova scritta, primo appello, sessione autunnale

Corso di Laurea in Ingegneria dell'ambiente e del territorio, A.A. 1998–1999

Prof. Vespri

14 settembre 1999

1. Tracciare, nel suo dominio naturale, un grafico approssimato della funzione

$$f(x) = x + \log \cosh x - 2 \tanh x + 1$$

2. Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$xz' - 2x^2z + 2x^3e^{-x^2} - z = 0$$

3. Determinare gli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$z^2|z| - i \operatorname{Im} z = 0$$

e rappresentarli sul piano Oxy .

4. Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \left(\frac{x}{n}\right)^n \chi_{[0,n]}(x) + \frac{n^2x}{x^2 + n^2}$$

Per ogni x fissato in \mathbb{R} calcolare $f(x) \equiv \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$ e tracciare il grafico della funzione f così definita. Calcolare poi

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) \text{ e } \lim_{x \rightarrow +\infty} \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$$

5. In un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy si consideri la circonferenza di raggio 1, con centro nell'origine. Determinare il punto o i punti della circonferenza per cui è minima la somma dei quadrati delle distanze dai punti $A(2, 0)$, $B(0, 2)$, $C(4, 2)$.