

Primo compitino di Analisi I – Compito C

Corso di Laurea in Ingegneria dell'ambiente e del territorio, A.A. 1998–1999

Prof. Vespri

3 novembre 1998

1. In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy tratteggiare la parte di piano corrispondente alle soluzioni del seguente sistema

$$\begin{cases} y \leq \frac{-x}{2} \\ x^2 + y^2 + 2x \leq 0 \\ y - x < 2 \end{cases}$$

2. Risolvere le seguenti disequazioni in \mathbb{R}

$$\frac{\log(2e + |x - 2e|)}{x^2 - 2} \geq 0; \quad \frac{-\sin^2 x}{2\cos x - 1} < \frac{\cos x}{2}$$

3. Determinare le seguenti radici in

$$\sqrt[5]{-2 + i2\sqrt{3}}; \quad \sqrt[4]{-i}$$

4. Risolvere le seguenti equazioni nel campo complesso

$$iz^3 = 1 - \frac{i}{1+i}; \quad \bar{z} = -iz^2$$

5. Ridurre in forma polare

$$\frac{(1+i)^2}{(\sqrt{3}-i)^3}$$

6. Dimostrare per induzione la seguente disuguaglianza

$$\left(\frac{6}{5}\right)^n \geq \frac{n+5}{5}$$

7. Calcolare, se esiste, il limite della successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} a_0 = \frac{1}{3} \\ a_{n+1} = a_n - a_n^4 \end{cases}$$

8. Calcolare, se esiste, il limite delle seguenti successioni

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5 + 3n^2 + n} - \sqrt{n^5 + 2n^2 + n}}{\sqrt{n + \sqrt{n}} - \sqrt{n}}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \binom{2n}{n+1}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 5^n}{3^n + 20};$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{n^3}} + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3+1}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3+n}} \right); \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{4}{3}\right)^{1+2+\cdots+n}}.$$

9. Determinare il carattere delle seguenti serie numeriche

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{2}{n}}{n \cos \frac{1}{n}}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 7n^4}{(n^3 - 1)(8n^2 + 1)}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n! + 3}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n^3}\right)^{n^4}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n}}{3^{2n}}.$$