

# Prova scritta, secondo appello, sessione autunnale

Corso di Laurea in Ingegneria dell'ambiente e del territorio, A.A. 1998–1999

Prof. Vespri

1 ottobre 1999

1. Tracciare, nel suo dominio naturale, un grafico approssimato della funzione

$$f(x) = \exp \left( \operatorname{arctg} \frac{1+x}{1-|x|} - \frac{1}{2} \log (1+|x|-x+x^2) \right)$$

2. Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$3z^2 z' = (2x+2)z^3 + 2xe^{2x} - 2e^{x^2}$$

3. Determinare gli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\bar{z}^2 - i|z|\operatorname{Re}z\operatorname{Im}z = 0$$

e rappresentarli sul piano  $Oxy$ .

4. Sia  $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione continua con  $0 \leq f(t) \leq 1, \forall t \geq 0$ . Si provi che

$$\int_0^t s f(s) ds \geq \frac{1}{2} \left( \int_0^t f(s) ds \right)^2$$

5. Calcolare, se esiste, il limite della seguente successione

$$\tan \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{(2n+1)^2 + n} \right)$$