

Sessione invernale, secondo appello, prova scritta di di Analisi I

Corso di Laurea in Ingegneria dell'ambiente e del territorio, A.A. 1998–1999

Prof. Vespri

19 febbraio 1999

1. Determinare l'insieme dei numeri complessi z tali che

$$z^3 = \arg z + \frac{\pi}{3}$$

2. (i) Provare che la successione (a_n) definita da

$$\begin{cases} a_0 = -2 \\ a_n = -\sqrt[4]{90 + a_{n-1}^2} \end{cases}$$

è convergente.

- (ii) Detto L il suo limite, dimostrare che le serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (a_n^2 - L^2), \quad \sum_{n=0}^{\infty} (a_n - L)$$

sono convergenti.

3. (i) Si provi che

$$\sin \frac{x}{2} \geq \frac{x}{2+2x} \quad \forall x \in [0, \pi].$$

- (ii) Si determini un numero reale c tale che la funzione

$$\sin \frac{x}{2} - \frac{x}{2+2x} + c$$

abbia media nulla in $[0, \pi]$.

4. Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$2y'' = -y' + 3y + 2xe^x.$$

5. Determinare i punti di massimo e minimo relativo di

$$f(x, y) = xy + xy^2$$

.