

Primo compitino di Analisi I – Compito B

Corso di Laurea in Ingegneria dell'ambiente e del territorio, A.A. 1998–1999

Prof. Vespri

3 novembre 1998

1. In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy tratteggiare la parte di piano corrispondente alle soluzioni del seguente sistema

$$\begin{cases} y \geq 2x \\ x^2 + y^2 + 2y \leq 0 \\ x + y > -2 \end{cases}$$

2. Risolvere le seguenti disequazioni in \mathbb{R}

$$\frac{\log\left(\frac{3e}{2} + |x - \frac{3e}{2}|\right)}{x^2 - 4} \geq 0; \quad \frac{\cos^2 x}{2 \sin x - 1} > \frac{-\sin x}{2}$$

3. Determinare le seguenti radici in C

$$\sqrt[4]{-2 + i2\sqrt{3}}; \quad \sqrt[3]{-i}$$

4. Risolvere le seguenti equazioni nel campo complesso

$$-iz^3 = 1 - \frac{i}{1+i}; \quad \bar{z} = |z| z i$$

5. Ridurre in forma polare

$$\frac{(1 + i\sqrt{3})^2}{(1 - i)^3}$$

6. Dimostrare per induzione la seguente disuguaglianza

$$\left(\frac{7}{6}\right)^n \geq \frac{n+6}{6}$$

7. Calcolare, se esiste, il limite della successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} a_0 = \frac{1}{4} \\ a_{n+1} = a_n - \frac{a_n^2}{2} \end{cases}$$

8. Calcolare, se esiste, il limite delle seguenti successioni

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5 + 5n^2 + 1} - \sqrt{n^5 + 5n^2 + n}}{\sqrt{n} + \sqrt{n} - \sqrt{n}}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \binom{2n+1}{n-1}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 2^n}{5^n + 25};$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{n^3}} + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3+1}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt[3]{n^3+3n}} \right); \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{2}{3}\right)^{1+2+\cdots+n}}.$$

9. Determinare il carattere delle seguenti serie numeriche

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{4}{n}}{n^2 \cos \frac{2}{n}}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 5n^5}{(n^2 - 1)(4n^4 - n)}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^7}{n! + 7}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^{n^3}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{3n}}{5^{2n}}.$$