

Secondo compitino di Analisi I – Compito A

Corso di Laurea in Ingegneria dell'ambiente e del territorio, A.A. 1998–1999

Prof. Vespri

3 dicembre 1998

1. Calcolare i seguenti limiti

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) - \cos(x)}{\sin(x^2)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\cos x - 1)}{\sin x - x}, \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x^2) - \arctan(\sinh^2 x)}{x^2 - \sinh^2 x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \cos x - 2 + \frac{3x^2}{2}}{\sin^2 x (1 - \cos x)}, \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \sin^2 x)}{\tan^2 x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{2x} - 1)(1 - \cos x)}{\tan^2 x (e^{-x} - 1)}. \end{aligned}$$

2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{3}{4 + \log x}}.$$

3. Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0$ di $f(x)$

$$f(x) = e^{1 + \sin x} - e^{x + \cos x}.$$

4. Tracciare i grafici delle seguenti funzioni, individuando il dominio, eventuali asintoti, massimi e minimi relativi, flessi e punti di singolarità delle derivate prima e seconda

$$\begin{aligned} y = \frac{e^x - 1}{1 + |x|}, \quad y = \sqrt[5]{x(x-1)(x-2)}, \\ y = \sqrt{x(x+1)^2}, \quad y = \log \left(1 + \frac{x^2}{(x+1)^2} \right). \end{aligned}$$

5. Determinare, al variare di k il numero di soluzioni della seguente equazione

$$||x|^7 - 2| = k.$$

6. Calcolare con errore minore di 10^{-4}

$$\cos \left(\frac{1}{2} \right), \quad \sqrt{e}.$$

7. Una figura è costituita da un quadrato sormontato da un rettangolo e da un quarto di cerchio. Fissato il perimetro P della figura, determinare il raggio della circonferenza ed il lato del quadrato in modo che l'Area sia massima.

8. Determinare il carattere della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log \left(\frac{n^3 + 5}{n^3} \right).$$