

Primo compitino di Analisi I – Compito D

Corso di Laurea in Ingegneria dell'ambiente e del territorio, A.A. 1998–1999

Prof. Vespri

3 novembre 1998

1. In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy tratteggiare la parte di piano corrispondente alle soluzioni del seguente sistema

$$\begin{cases} y \leq 2x \\ x^2 + y^2 - 2y \leq 0 \\ x + y < 2 \end{cases}$$

2. Risolvere le seguenti disequazioni in \mathbb{R}

$$\frac{\log(e + |x - e|)}{x^2 - e^2} \geq 0; \quad \cos x < \frac{2 \sin^2 x}{1 - 2 \cos x}$$

3. Determinare le seguenti radici in

$$\sqrt[6]{-2 + i2\sqrt{3}}; \quad \sqrt[3]{-i}$$

4. Risolvere le seguenti equazioni nel campo complesso

$$-iz^3 = \frac{i}{1-i} + 1; \quad \bar{z} = -iz|z|^2$$

5. Ridurre in forma polare

$$\frac{(\sqrt{3} + i)^3}{(1 - i)^2}$$

6. Dimostrare per induzione la seguente disuguaglianza

$$\left(\frac{3}{4}\right)^n \leq \frac{3}{n+3}$$

7. Calcolare, se esiste, il limite della successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} a_0 = \frac{2}{3} \\ a_{n+1} = a_n - \left|\frac{a_n}{2}\right| \end{cases}$$

8. Calcolare, se esiste, il limite delle seguenti successioni

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 + 3n^2 + n} - \sqrt{n^3 + 2n^2 + n}}{\sqrt{n} + \sqrt{n} - \sqrt{n}}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \binom{2n}{n-1}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^n}{2^n + 8};$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} \right); \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(\frac{1}{3}\right)^{1+2+\cdots+n}}.$$

9. Determinare il carattere delle seguenti serie numeriche

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{2}{n^2}}{n \cos \frac{1}{n^2}}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 6n^6}{(n^4 - n)(5n + 1)}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n! + 2}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^{n^3}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{2n}}{3^{3n}}.$$