

Terzo compitino di Analisi I – Compito C

Corso di Laurea in Ingegneria dell'ambiente e del territorio, A.A. 1998–1999

Prof. Vespri

15 gennaio 1999

1. Calcolare i seguenti integrali indefiniti

$$\begin{array}{ll} (A) & \int \frac{dx}{x^4 + 9}, \quad (B) \quad \int \frac{-\sin^3 x - \cos^2 x + 1 + \sin x}{\sin^2 x + 1} dx, \\ (C) & \int \frac{x-2}{\sqrt{x^2+16}} dx, \quad (D) \quad \int \frac{x+2}{x^2-7x+12} dx. \end{array}$$

2. Studiare la convergenza dei seguenti integrali generalizzati

$$(A) \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\log x \tan x}{x} dx, \quad (B) \int_4^{+\infty} \left[\frac{2}{(x-3)^4} + \frac{1}{(x-3)^3} \right] dx.$$

3. Calcolare i coefficienti di Fourier della seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{\pi}{2}, & \text{per } -\pi < x < -\frac{\pi}{2}, \\ x, & \text{per } |x| \leq \frac{\pi}{2}, \\ \frac{\pi}{2}, & \text{per } \frac{\pi}{2} < x < \pi. \end{cases}$$

4. Disegnare sul piano Oxy il dominio della seguente funzione di due variabili

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{xy+4}}{\log(y-x)}.$$

5. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti. Se non esistono, si giustifichi la risposta.

$$(A) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^4 + |y|^3}, \quad (B) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2}{\sqrt{x^2 + y^2} + |x|}$$

6. Individuare i punti di massimo e minimo relativi in \mathbb{R}^2

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy.$$

7. Calcolare l'integrale generale delle seguenti eq. differenziali ordinarie

$$(A) \quad u'' + u = \cosh x, \quad (B) \quad u' = \frac{x^2 + u^2}{2xu}, \quad (C) \quad u' = u^2 + \frac{2u}{x}.$$