

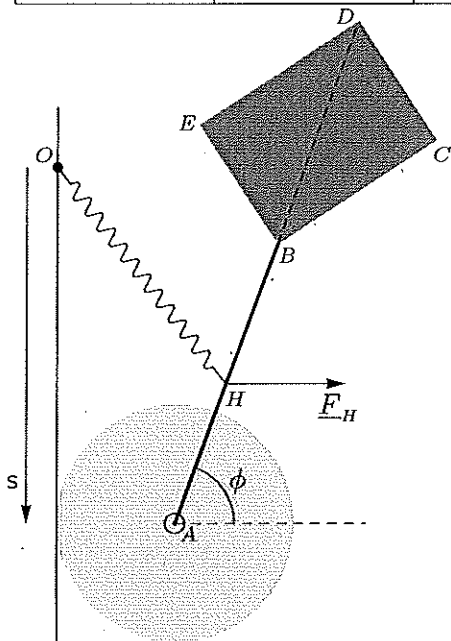
Meccanica Razionale - Ingegneria Civile & Edile - Università di Firenze  
 PROVA SCRITTA DEL 9/1/12, parte II

COGNOME:	NOME:	
MATRICOLA:	CdL (sigla):	ORALE:

Riservato alla correzione:

[01]

a: 6	b: 8	c: 8	d: 4	e: 4	f
					X



AVVERTENZA: Le proporzioni del disegno possono non rispettare esattamente i dati del problema.

Raggio del disco =  $R$ ,  $\overline{AB} = 4R$ ,  $\overline{BD} = 5R$ ,  $\tan(\widehat{CBD}) = 2/3$ ,  
 costante della molla =  $15mg/R$ ,  $\underline{F}_H = 15mg\mathbf{e}_1$ ,  
 massa del disco =  $2m$ , massa dell'asta =  $3m$ ,  
 massa della lamina rettangolare =  $4m$ .

Sistema meccanico piano verticale, vincoli lisci. Il disco omogeneo di centro  $A$  rotola senza strisciare su una guida rettilinea verticale; l'asta omogenea  $AB$  è incernierata nell'estremo  $A$  al centro del disco; la lamina rettangolare omogenea  $BCDE$  è saldata all'asta in modo tale che la sua diagonale  $BD$  stia sul prolungamento dell'asta stessa. Oltre alle forze peso, sul sistema agiscono le seguenti forze direttamente applicate: la forza di una molla che unisce il centro  $H$  dell'asta con il punto  $O$  fisso sulla guida, e la forza costante orizzontale  $\underline{F}_H$ , sempre applicata nel punto  $H$ .

Il sistema ha due gradi di libertà. Utilizzare le coordinate Lagrangiane  $(s, \phi)$  mostrate in figura.

Trovare [a:6 pt] il potenziale e [b:8 pt] l'energia cinetica del sistema; [c:6 pt] scrivere le equazioni di Lagrange; [d:6 pt] trovare le configurazioni di equilibrio e, [e:4 pt] per ciascuna di esse, scrivere la matrice Hessiana del potenziale e discutere la stabilità.

Soluzione:

$$U = -\frac{15mg}{2R}s^2 + 9mgs + 30mgR \sin\phi - 32mgR \sin\phi$$

$$K = 5m\dot{s}^2 + \frac{290}{3}mR^2\dot{\phi}^2 - 32mR\cos\phi\dot{s}\dot{\phi}$$

VOLTARE PAGINA

3/1/12

2

Equazioni di moto:

$$10 m \ddot{s} - 32 m R \cos \phi \ddot{\phi} + 32 m R \sin \phi \dot{\phi}^2 = -15 \frac{mg}{R} s + 30 mg \sin \phi + 9 mg$$

$$-32 m R \cos \phi \ddot{s} + \frac{580}{3} m R^2 \ddot{\phi} = 30 mg s \cos \phi - 32 mg R \cos \phi$$

Configurazioni di equilibrio:

$$\text{I)} \begin{cases} s = \frac{13}{5} R \\ \phi = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$\text{II)} \begin{cases} s = -\frac{7}{5} R \\ \phi = \frac{3}{2} \pi \end{cases}$$

$$\text{III)} \begin{cases} s = \frac{16}{15} R \\ \phi = \arcsin \frac{7}{30} \end{cases}$$

$$\text{IV)} \begin{cases} s = \frac{16}{15} R \\ \phi = \pi - \arcsin \frac{7}{30} \end{cases}$$

$$(H) = \begin{pmatrix} -15 \frac{mg}{R} & 30 mg \cos \phi \\ 30 mg \cos \phi & mg(32R - 30s) \sin \phi \end{pmatrix}$$

Stabilità dell'equilibrio:  $(H_I) = \begin{pmatrix} -15 \frac{mg}{R} & 0 \\ 0 & -46 mg R \end{pmatrix} \Rightarrow$  equilibrio stabile

$$(H_{II}) = \begin{pmatrix} -15 \frac{mg}{R} & 0 \\ 0 & -74 mg R \end{pmatrix} \Rightarrow$$
 equilibrio stabile

$$(H_{III}) = \begin{pmatrix} -15 \frac{mg}{R} & \sqrt{851} mg \\ \sqrt{851} mg & 0 \end{pmatrix}$$

$$(H_{IV}) = \begin{pmatrix} -15 \frac{mg}{R} & -\sqrt{851} mg \\ -\sqrt{851} mg & 0 \end{pmatrix}$$

$$\det(H_{III}) = \det(H_{IV}) = -851 m^2 g^2 < 0 \Rightarrow$$

le configurazioni III e IV sono punti di sella di U.