

Meccanica Razionale - Ingegneria Civile & Edile - Università di Firenze
 PROVA SCRITTA DELL'8.9.11, parte II

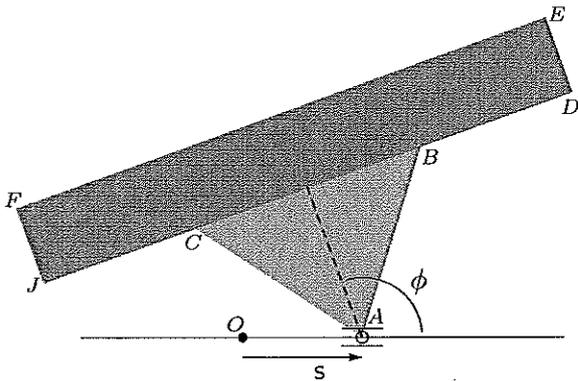
COGNOME:	NOME:
MATRICOLA:	CdL:

Riservato alla correzione:

[01]

a: 6	b: 8	c: 8	d: 4	e: 4	f
					X

$\overline{BC} = 2\ell$, $\overline{AB} = \overline{AC} = 5\overline{BC}/6$, $\overline{DE} = \overline{FJ} = 3\ell$, $\overline{DE} = \overline{FJ} = 13\ell$, massa di ABC : $6m$, massa di $DEFJ$: $8m$.



AVVERTENZA: Le proporzioni del disegno possono non rispettare esattamente i dati del problema.

Sistema meccanico piano **orizzontale**, vincoli lisci; il rigido della figura è costituito da due lamine omogenee, una triangolare e una rettangolare, saldate in modo che sia $\overline{BD} = \overline{CJ}$. Il vertice A è vincolato a una guida rettilinea. Nel punto B è applicata la forza $\underline{F}_B \equiv -4k(x_2 \underline{e}_1 + x_1 \underline{e}_2)$ dove k è una costante positiva; nel punto C è applicata la forza $\underline{F}_C \equiv -5k(x_2 \underline{e}_1 + x_1 \underline{e}_2)$; espressioni in un riferimento cartesiano con origine in O fisso sulla guida.

Il sistema ha due gradi di libertà. Utilizzare le coordinate Lagrangiane (s, ϕ) mostrate in figura.

Trovare [a:6 pt] il potenziale e [b:8 pt] l'energia cinetica del sistema; [c:6 pt] scrivere le equazioni di Lagrange; [d:6 pt] trovare le configurazioni di equilibrio e, [e:4 pt] per ciascuna di esse, scrivere la matrice Hessiana del potenziale e discutere la stabilità.

Soluzione:

$$U = k\ell \left(\frac{4}{3}\ell \sin^2\phi - \frac{4}{3}\ell \cos^2\phi - 7\ell \sin\phi \cos\phi - 12s \sin\phi - s \cos\phi \right)$$

$$K = 7m\dot{s}^2 + \frac{1703}{18}m\ell^2\dot{\phi}^2 - 28m\ell \sin\phi \dot{s}\dot{\phi}$$

VOLTARE PAGINA

Equazioni di moto:

$$14 m \ddot{s} - 28 m l \sin \phi \dot{\phi} - 28 m l \cos \phi \dot{\phi}^2 = -k l (12 \sin \phi + \cos \phi)$$

$$-28 m l \sin \phi \ddot{s} + \frac{1703}{9} m l^2 \dot{\phi} = k l (7 l \sin^2 \phi - 7 l \cos^2 \phi + \frac{16}{3} l \sin \phi \cos \phi + s \sin \phi - 12 s \cos \phi)$$

Configurazioni di equilibrio:

$$\textcircled{\text{I}} \begin{cases} s = -\frac{213}{29 \sqrt{145}} l \\ \phi = -\arctan \frac{1}{12} \end{cases}$$

$$\textcircled{\text{II}} \begin{cases} s = +\frac{213}{29 \sqrt{145}} l \\ \phi = -\arctan \frac{1}{12} \end{cases}$$

Stabilità dell'equilibrio:

$$(H_{\text{I}}) = \begin{pmatrix} 0 & -\sqrt{145} k l \\ -\sqrt{145} k l & \frac{256}{87} k l^2 \end{pmatrix}$$

$$(H_{\text{II}}) = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{145} k l \\ \sqrt{145} k l & \frac{256}{87} k l^2 \end{pmatrix}$$

In entrambe le configurazioni di equilibrio si ha $\det H < 0$, quindi si hanno due punti di sella del potenziale.