

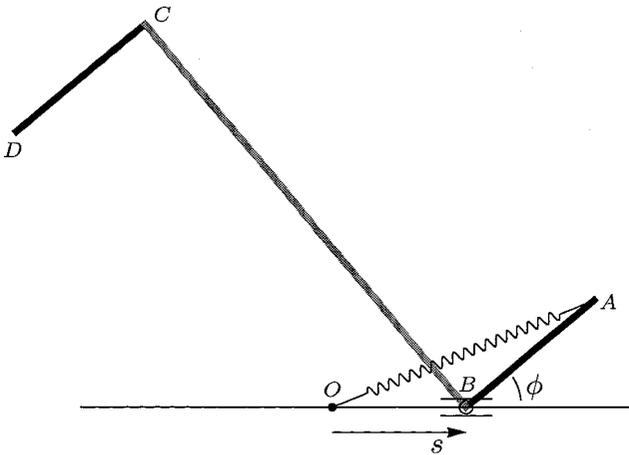
Meccanica Razionale - Ingegneria Civile & Edile - Università di Firenze  
 PROVA SCRITTA DEL 11.01.10, parte II

NOME:	SCIRE SCAPUZZO NICCOLO'
MATRICOLA:	4600301

Riservato alla correzione:

[02]

	a: 5	b: 7	c: 6	d: 6	e: 6	f
30	✓	✓	✓	✓	✓	<del> </del>



AVVERTENZA: Le proporzioni del disegno possono non rispettare esattamente i dati del problema.

$$\overline{AB} = \overline{CD} = l; \overline{BC} = 3l;$$

masse delle aste AB e CD:  $3m$ ;

massa dell'asta BC:  $4m$ ;

costante elastica della molla:  $26m g/l$ .

Sistema meccanico piano verticale, vincoli lisci. Le tre aste omogenee sono saldate, ad angoli di  $90^\circ$ , a formare un corpo rigido. Il punto B è vincolato a una guida rettilinea orizzontale, ed A è collegato al punto O, fisso sulla guida, mediante una molla di lunghezza a riposo nulla.

Il sistema ha due gradi di libertà. Si scelgano come coordinate l'ascissa  $s \equiv x_B$  del punto B sulla guida, con origine in O, e l'angolo  $\phi$ , crescente in senso antiorario, tra l'asta AB e la semiretta orizzontale uscente da B verso destra.

Trovare [b:5 pt] il potenziale e [a:7 pt] l'energia cinetica del sistema; [c:6 pt] scrivere le equazioni di Lagrange; [d:6 pt] trovare le configurazioni di equilibrio e [e:6 pt] studiarne la stabilità.

Soluzione:

$$U = mg \left( -13 \frac{s^2}{l} - 26 s \cos \phi - 15 l \cos \phi \right)$$

$$K = 5m \dot{s}^2 + \frac{41}{2} m l^2 \dot{\phi}^2 - 15 m l \cos \phi \dot{s} \dot{\phi}$$

VOLTARE PAGINA

Equazioni di moto:

$$10 m \ddot{s} - 15 m l \cos \phi \ddot{\phi} + 15 m l \sin \phi \dot{\phi}^2 = mg \left( -26 \frac{s}{l} - 26 \cos \phi \right)$$

$$41 m l^2 \ddot{\phi} - 15 m l \cos \phi \ddot{s} = mg \left( 26 s \sin \phi + 15 l \sin \phi \right)$$

Configurazioni di equilibrio:

$$\text{I)} \begin{cases} s = -l \\ \phi = 0 \end{cases} \quad \text{II)} \begin{cases} s = l \\ \phi = \pi \end{cases}$$

$$\text{III)} \begin{cases} s = -\frac{15}{26} l \\ \phi = \arccos \left( \frac{15}{26} \right) \end{cases} \quad \text{IV)} \begin{cases} s = -\frac{15}{26} l \\ \phi = 2\pi - \arccos \left( \frac{15}{26} \right) \end{cases}$$

Stabilità dell'equilibrio:

$$(H_{\text{I}}) = mg \begin{pmatrix} -\frac{26}{l} & 0 \\ 0 & -11l \end{pmatrix} \quad \det(H_{\text{I}}) = 286 m^2 g^2 > 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ELEMENTI SULLA DIAGONALE NEGATIVI} \\ \Rightarrow \text{MASSIMO DEL POTENZIALE} \\ \text{(EQUILIBRIO STABILE)} \end{array} \right\}$$

$$(H_{\text{II}}) = mg \begin{pmatrix} -\frac{26}{l} & 0 \\ 0 & -41l \end{pmatrix} \quad \det(H_{\text{II}}) = 1066 m^2 g^2 > 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ELEMENTI SULLA DIAGONALE NEGATIVI} \\ \Rightarrow \text{MASSIMO DEL POTENZIALE} \\ \text{(EQUILIBRIO STABILE)} \end{array} \right\}$$

$$(H_{\text{III}}) = mg \begin{pmatrix} -\frac{26}{l} & \sqrt{451} \\ \sqrt{451} & 0 \end{pmatrix} \quad \det(H_{\text{III}}) = -451 m^2 g^2 < 0 \quad \Rightarrow \text{PUNTO DI SELLA DEL POTENZIALE}$$

$$(H_{\text{IV}}) = mg \begin{pmatrix} -\frac{26}{l} & -\sqrt{451} \\ -\sqrt{451} & 0 \end{pmatrix} \quad \det(H_{\text{IV}}) = -451 m^2 g^2 < 0 \quad \Rightarrow \text{PUNTO DI SELLA DEL POTENZIALE}$$