

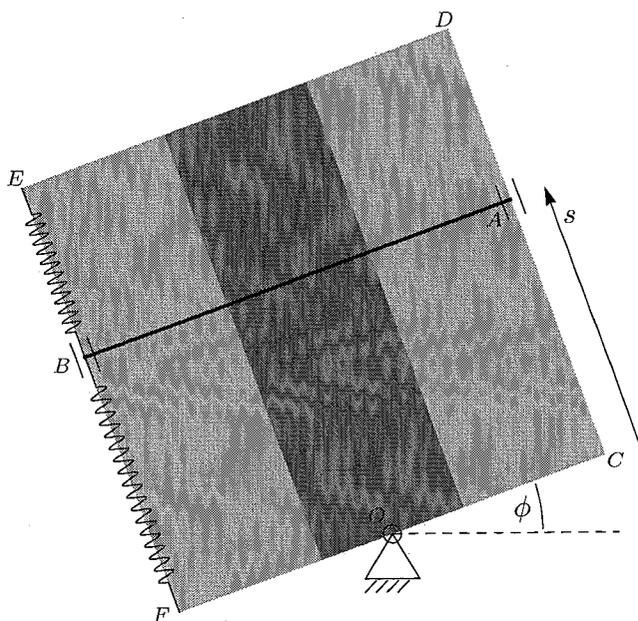
Meccanica Razionale - Ingegneria Civile & Edile - Università di Firenze
 PROVA SCRITTA DEL 7.06.10, parte II

| | |
|------------|---------------|
| NOME: | FILIPPO MALLO |
| MATRICOLA: | 4589509 |

Riservato alla correzione:

[04]

| | a: 6 | b: 9 | c: 7 | d: 4 | e: 4 | f |
|----|------|------|------|------|------|---|
| 30 | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✗ |



massa delle strisce laterali: $5m$;
 massa della striscia centrale: $6m$;
 massa dell'asta: $8m$;
 costante elastica della molla FB : $12m g/\ell$;
 costante elastica della molla EB : $13m g/\ell$.

Sistema meccanico piano verticale, vincoli lisci. La lamina quadrata $CDEF$, di lato ℓ , è costituita da tre strisce rettangolari omogenee di lati ℓ ed $\ell/3$. L'asta omogenea AB è vincolata in modo che gli estremi A e B stiano rispettivamente sui lati CD ed FE della lamina. L'estremo B è collegato ai vertici E ed F da molle di lunghezza riposo nulla.

Il sistema ha due gradi di libertà. Si scelgano come coordinate la distanza $s \equiv \overline{OA}$ e l'angolo ϕ tra il segmento OC e la semiretta orizzontale uscente da O verso destra (come in figura).

Trovare [a:6 pt] il potenziale e [b:9 pt] l'energia cinetica del sistema; [c:7 pt] scrivere le equazioni di Lagrange; [d:4 pt] trovare le configurazioni di equilibrio e [e:4 pt] studiarne la stabilità.

Soluzione:

$$U = mg \left(-\frac{25}{2} \frac{s^2}{\ell} + 13s - 8s \cos \phi - 8\ell \cos \phi \right)$$

$$K = 4m \dot{s}^2 + 4m s^2 \dot{\phi}^2 + \frac{98}{27} m \ell^2 \dot{\phi}^2$$

VOLTARE PAGINA

Equazioni di moto:

$$8m\ddot{s} - 8mS\dot{\phi}^2 = mg \left(-\frac{25}{e} s - 8\cos\phi + 13 \right)$$

$$16mS\dot{\phi} + 8mS^2\ddot{\phi} + \frac{196}{27}m\ell^2\ddot{\phi} = mg \left(85\sin\phi + 8\ell m\phi \right)$$

Configurazioni di equilibrio:

$$\textcircled{\text{I}} \begin{cases} s = \frac{1}{5}e \\ \phi = 0 \end{cases} \quad \textcircled{\text{II}} \begin{cases} s = \frac{21}{25}e \\ \phi = \pi \end{cases}$$

Stabilità dell'equilibrio:

$$H_{\text{I}} = mg \begin{pmatrix} -\frac{25}{e} & 0 \\ 0 & \frac{48e}{5} \end{pmatrix} \Rightarrow \det H_{\text{I}} < 0 \quad \underline{\text{SELLA}}$$

$$H_{\text{II}} = mg \begin{pmatrix} -\frac{25}{e} & 0 \\ 0 & -\frac{368e}{25} \end{pmatrix} \Rightarrow \det H_{\text{II}} = m^2 g^2 (368) > 0$$

$H_{11} < 0 \Rightarrow$ MASSIMO dell' POTENZIALE
 \Rightarrow EQUILIBRIO STABILE